BAN CƠ YẾU CHÍNH PHỦ

HỌC VIỆN KỸ THUẬT MẬT MÃ

NGÂN HÀNG CÂU HỎI THI TRẮC NGHIỆM

TOÁN CAO CẤP A3

Hà Nội, 2022

PHẦN I. TỔNG HỢP CÁC PHẦN NỘI DUNG MÔN HỌC

Môn học: Toán cao cấp A3

Khoa: Cơ bản

Các chương trình đào tạo có sử dụng môn học:

P1: Đại học chính quy- Đại học mật mã.

P2: Đại học liên thông- Đại học vừa làm, vừa học

P3: Đại học mật mã (hệ quốc tế - Lào, Campuchia)

Các phần nội dung môn học trong các chương trình đào tạo:

TT	Phần nội dung	P1	P2	P3
1	Cấu trúc đại số và số phức	☑	☑	☑
2	Ma trận, định thức, hệ phương trình đại số tuyến tính	☑	☑	☑
3	Không gian véc tơ	☑	☑	☑
4	Ánh xạ tuyến tính, trị riêng và véc tơ riêng	☑	☑	☑
5	Dạng song tuyến tính, dạng toàn phương và không gian Euclide	☑	☑	☑

PHẦN II. TRÍCH LƯỢC ĐỀ CƯƠNG CHI TIẾT MÔN HỌC

1. Thông tin chung

Tên học phần	Toán cao cấp A3 (Đại số tuyến tính)
Tên tiếng Anh	Linear algebra
Số tín chỉ	3
Học phần học trước	Không

2. Mục tiêu học phần

2.1. Mục tiêu chung

Trang bị cho sinh viên những kiến thức cơ bản và hiện đại của Đại số để sinh viên có cơ sở tiếp thu các môn học khác và tiếp cận tốt với sự phát triển của khoa học kỹ thuật và công nghệ.

2.2. Mục tiêu cụ thể

Mục tiêu	Mô tả
M1	Vận dụng các kiến thức cơ bản để giải được các bài toán về số phức, ma trận, hệ phương trình tuyến tính.
M2	Vận dụng các kiến thức để giải các bài toán liên quan đến không gian véctơ, không gian véc tơ con.
M3	Vận dụng các kiến thức để giải các bài toán liên quan đến ánh xạ tuyến tính, dạng song tuyến tính, dạng toàn phương, chéo hóa ma trận.

3. Mô tả học phần

Môn học giới thiệu về cấu trúc đại số và số phức, các khái niệm cơ bản về ma trận, định thức, hệ phương trình đại số tuyến tính, đưa ra cách tính định thức, tìm ma trận nghịch đảo, giải hệ phương trình đại số tuyến tính. Phần tiếp theo là không gian véc tơ, cơ sở của không gian véc tơ, số chiều của không gian véc tơ, phép đổi cơ sở, ma trận chuyển. Sau đó là phần ánh xạ tuyến tính liên hệ giữa các không gian, trị riêng véc tơ riêng và chéo hóa ma trận. Cuối cùng môn học giới thiệu dạng song tuyến tính, dạng toàn phương, không gian Euclide và nhận dạng mặt bậc 2.

4. Nội dung học phần

Chương 1: Cấu trúc đại số và số phức

1.1 Một số cấu trúc đại số

1.1.1 Luật hợp thành

1.1.2 Cấu trúc nhóm, vành -vành nguyên-trường-không gian tuyến tính

1.2 Số phức

1.2.1 Các định nghĩa về số phức, tập các số phức

1.2.2 Biểu diễn hình học và dạng lượng giác của số phức

1.2.3 Phép cộng, phép nhân số phức. Trường số phức

1.2.4 Phép trừ, phép chia, lũy thừa, khai căn

1.2.5 Thực hiện một số phép toán dưới dạng lượng giác

Chương 2: Ma trận, định thức, hệ phương trình đại số tuyến tính

2.1 Ma trận

2.1.1 Một số định nghĩa về ma trận

2.1.2 Các phép toán về ma trận

2.2 Định thức

2.2.1 Định nghĩa định thức.

2.2. Định nghĩa tổng quát định thức cấp n

2.2.3 Tính chất của định thức cấp n

2.3 Một số phương pháp tính định thức

2.3.1 Các phương pháp đường chéo, hình sao để tính định thức cấp 2 và 3

2.3.2 Phương pháp giảm cấp.

2.3.3 Công thức tính định thức có dạng đặc biệt: Định thức Vanđecmông. Định thức tam giác, định thức đường chéo theo đường chéo chính và đường chéo phụ

2.3.4 Phương pháp biến đổi sơ cấp

2.4 Ma trận nghịch đảo

2.4.1 Khái niệm về ma trận nghịch đảo

2.4.2 Một số định lý về ma trận nghịch đảo và định thức của ma trận tích

2.4.3 Một số tính chất của ma trận nghịch đảo

2.4.4 Một số phương pháp tìm ma trận nghịch đảo

2.4.5 Một số phương pháp giải phương trình ma trận

2.5 Hạng của ma trận

2.5.1 Một số kiến thức bổ trợ

4.1 Ánh xạ tuyến tính

4.1.1 Một số khái niệm về ánh xạ tuyến tính

4.1.2 Các phép toán về ánh xạ tuyến tính

4.1.3 Hạt nhân, ảnh và hạng của ánh xạ tuyến tính

4.2 Trị riêng, véc tơ riêng của toán tử tuyến tính

4.2.1 Một số định nghĩa bổ trợ

4.2.2 Trị riêng và véc tơ riêng

4.2.3 Trị riêng của ma trận đồng dạng

4.3. Chéo hóa ma trận

4.3.1 Định nghĩa ma trận chéo hóa

4.3.2 Điều kiện để ma trận chéo hóa được

4.3.3 Quá trình chéo hóa ma trận

Chương 5: Dạng song tuyến tính, dạng toàn phương và không gian Euclide

5.1. Dạng song tuyến tính và dạng toàn phương

5.1.1 Dạng song tuyến tính

5.1.2 Dạng toàn phương

5.2 Không gian Euclide

5.2.1 Khái niệm về không gian Euclide

5.2.2 Một số khái niệm trực giao, trực chuẩn

5.2.3 Phương pháp trực chuẩn hóa

5.2.4 Chéo hóa trực giao ma trận

PHẦN III. PHÂN RÃ CHUẨN ĐẦU RA HỌC PHẦN

1. Các chuẩn đầu ra được đánh giá

TT	Ký hiệu	Chuẩn đầu ra	P1	P2	P3
1	CLO1	Vận dụng các kiến thức cơ bản để giải quyết các bài tập về số phức, ma trận, định thức và hệ phương trình đại số tuyến tính.	☑	☑	☑
2	CLO2	Vận dụng các kiến thức để giải được các bài tập liên quan không gian véc tơ, hệ độc lập phụ thuộc tuyến tính, cơ sở của không gian véc tơ, số chiều ma trận của hệ véc tơ.	☑	☑	☑
3	CLO3	Vận dụng làm các bài tập liên quan đến ánh xạ tuyến tính, trị riêng, véc tơ riêng của toán tử tuyến tính, chéo hóa ma trận. Dạng song tuyến tính, dạng toàn phương**,** không gian Euclide, đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc và nhận dạng đường và mặt bậc hai.	☑	☑	☑

2. Các nhóm câu hỏi

TT	Ký hiệu	Nhóm câu hỏi	Cấp độ
	1	CLO1: Vận dụng các kiến thức cơ bản để giải quyết các bài tập về số phức, ma trận, định thức và hệ phương trình đại số tuyến tính.	
1	1.1	Số phức	NB
2	1.2	Ma trận, định thức	NB
			TH
			VD
			VDC
3	1.3	Hệ phương trình đại số tuyến tính	TH
			VD
			VDC
	2	CLO2. Vận dụng các kiến thức để giải được các bài tập liên quan không gian véc tơ, hệ độc lập phụ thuộc tuyến tính, cơ sở của không gian véc tơ, số chiều ma trận của hệ véc tơ.	
4	2.1	Không gian véc tơ, hệ độc lập phụ thuộc tuyến tính.	NB
			TH
			VD

TT	Ký hiệu	Nhóm câu hỏi	Cấp độ
5	2.2	Cơ sở của không gian véc tơ, số chiều ma trận của hệ véc tơ.	NB
			TH
			VD
			VDC
	3	Vận dụng làm các bài tập liên quan đến ánh xạ tuyến tính, trị riêng, véc tơ riêng của toán tử tuyến tính, chéo hóa ma trận. Dạng song tuyến tính, dạng toàn phương**,** không gian Euclide, đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc và nhận dạng đường và mặt bậc hai.	
6.	3.1	Ánh xạ tuyến tính, trị riêng, véc tơ riêng của toán tử tuyến tính, chéo hóa ma trận.	NB
			TH
			VD
			VDC
7.	3.2	Dạng song tuyến tính, dạng toàn phương**,** không gian Euclide, đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc và nhận dạng đường và mặt bậc hai.	TH
			VD
Tổng			

PHẦN IV. MA TRẬN ĐỀ THI

Chương trình Đại học chính quy- Đại học mật mã.
Tổng số câu hỏi: 40 câu.   Thời gian làm bài: 60 phút.

Tài liệu được phép sử dụng: Không

Cấu trúc đề thi:

Ký hiệu	Nhóm câu hỏi	Cấp độ	Số lượng	Hệ số điểm
1	CLO1: Vận dụng các kiến thức cơ bản để giải quyết các bài tập về số phức, ma trận, định thức và hệ phương trình đại số tuyến tính.			
1.1	Số phức	NB	4	1
1.2	Ma trận, định thức	NB	3	1
		TH	3	1
		VD	1	1
		VDC	1	1
1.3	Hệ phương trình đại số tuyến tính	TH	1	1
		VD	1	1
		VDC	1	1
2	CLO2. Vận dụng các kiến thức để giải được các bài tập liên quan không gian véc tơ, hệ độc lập phụ thuộc tuyến tính, cơ sở của không gian véc tơ, số chiều ma trận của hệ véc tơ.			
2.1	Không gian véc tơ, hệ độc lập phụ thuộc tuyến tính.	NB	2	1
		TH	1	1
		VD	2	1
2.2	Cơ sở của không gian véc tơ, số chiều ma trận của hệ véc tơ.	NB	4	1
		TH	3	1
		VD	1	1
		VDC	1	1

Ký hiệu	**Nhóm câu hỏi**	**Cấp độ**	**Số lượng**	**Hệ số điểm**
3.	CLO3: Vận dụng làm các bài tập liên quan đến ánh xạ tuyến tính, trị riêng, véc tơ riêng của toán tử tuyến tính, chéo hóa ma trận. Giải được các bài tập liên quan dạng song tuyến tính, dạng toàn phương**,** không gian Euclide, đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc và nhận dạng đường và mặt bậc hai.			
3.1	Ánh xạ tuyến tính, trị riêng, véc tơ riêng của toán tử tuyến tính, chéo hóa ma trận.	NB	3	1
		TH	5	1
		VD	2	1
		VDC	1	1
3.2	Dạng song tuyến tính, dạng toàn phương**,** không gian Euclide, đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc và nhận dạng đường và mặt bậc hai.	TH	1	1
		VD	1	1
Tổng số câu hỏi trong đề thi			**40**	

Chương trình Đại học liên thông- Đại học vừa làm, vừa học

Tổng số câu hỏi: 40 câu. Thời gian làm bài: 60 phút.

Tài liệu được phép sử dụng: Không

Cấu trúc đề thi:

Ký hiệu	**Nhóm câu hỏi**	**Cấp độ**	**Số lượng**	**Hệ số điểm**
1	CLO1: Vận dụng các kiến thức cơ bản để giải quyết các bài tập về số phức, ma trận, định thức và hệ phương trình đại số tuyến tính.			
1.1	Số phức	NB	4	1
1.2	Ma trận, định thức	NB	4	1
		TH	1	1
		VD	1	1
		VDC	1	1
1.3	Hệ phương trình đại số tuyến tính	TH	1	1
		VD	1	1
		VDC	1	1
2	CLO2. Vận dụng các kiến thức để giải được các bài tập liên quan không gian véc tơ, hệ độc lập phụ thuộc tuyến tính, cơ sở của không gian véc tơ, số chiều ma trận của hệ véc tơ.			
2.1	Không gian véc tơ, hệ độc lập phụ thuộc tuyến tính.	NB	4	1
		TH	1	1
		VD	1	1
2.2	Cơ sở của không gian véc tơ, số chiều ma trận của hệ véc tơ.	NB	4	1
		TH	3	1
		VD	1	1
		VDC	1	1

Ký hiệu	Nhóm câu hỏi	Cấp độ	Số lượng	Hệ số điểm
3.	CLO3: Vận dụng làm các bài tập liên quan đến ánh xạ tuyến tính, trị riêng, véc tơ riêng của toán tử tuyến tính, chéo hóa ma trận. Giải được các bài tập liên quan dạng song tuyến tính, dạng toàn phương**,** không gian Euclide, đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc và nhận dạng đường và mặt bậc hai.			
3.1	Ánh xạ tuyến tính, trị riêng, véc tơ riêng của toán tử tuyến tính, chéo hóa ma trận.	NB	4	1
		TH	3	1
		VD	1	1
		VDC	1	1
3.2	Dạng song tuyến tính, dạng toàn phương**,** không gian Euclide, đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc và nhận dạng đường và mặt bậc hai.	TH	1	1
		VD	1	1
Tổng số câu hỏi trong đề thi			**40**	

Chương trình Đại học mật mã (hệ quốc tế - Lào, Campuchia)

Tổng số câu hỏi: 40 câu. Thời gian làm bài: 60 phút.

Tài liệu được phép sử dụng: Không

Cấu trúc đề thi:

Ký hiệu	Nhóm câu hỏi	Cấp độ	Số lượng	Hệ số điểm
1	CLO1: Vận dụng các kiến thức cơ bản để giải quyết các bài tập về số phức, ma trận, định thức và hệ phương trình đại số tuyến tính.			
1.1	Số phức	NB	4	1
1.2	Ma trận, định thức	NB	4	1
		TH	1	1
		VD	0	
		VDC	1	1
1.3	Hệ phương trình đại số tuyến tính	TH	1	1
		VD	1	1
		VDC	1	1
2	CLO2. Vận dụng các kiến thức để giải được các bài tập liên quan không gian véc tơ, hệ độc lập phụ thuộc tuyến tính, cơ sở của không gian véc tơ, số chiều ma trận của hệ véc tơ.			
2.1	Không gian véc tơ, hệ độc lập phụ thuộc tuyến tính.	NB	4	1
		TH	1	1
		VD	0	1
2.2	Cơ sở của không gian véc tơ, số chiều ma trận của hệ véc tơ.	NB	5	1
		TH	3	1
		VD	1	1
		VDC	1	1

Ký hiệu	Nhóm câu hỏi	Cấp độ	Số lượng	Hệ số điểm
3.	CLO3: Vận dụng làm các bài tập liên quan đến ánh xạ tuyến tính, trị riêng, véc tơ riêng của toán tử tuyến tính, chéo hóa ma trận. Giải được các bài tập liên quan dạng song tuyến tính, dạng toàn phương**,** không gian Euclide, đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc và nhận dạng đường và mặt bậc hai.			
3.1	Ánh xạ tuyến tính, trị riêng, véc tơ riêng của toán tử tuyến tính, chéo hóa ma trận.	NB	5	1
		TH	3	1
		VD	1	1
		VDC	1	1
3.2	Dạng song tuyến tính, dạng toàn phương**,** không gian Euclide, đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc và nhận dạng đường và mặt bậc hai.	TH	1	1
		VD	1	1
Tổng số câu hỏi trong đề thi			**40**	

HỌC VIỆN KTMM PHÒNG KT&ĐBCLĐT	ĐỀ THI MẪU LT-VLVH Môn thi: TOÁN CAO CẤP A3 (TRẮC NGHIỆM)
ĐỀ THI CHÍNH THỨC *(Đề thi có 6 trang)*	*Thời gian làm bài: 60 phút, không kể thời gian phát đề*

Họ, tên thí sinh: ....

Số báo danh: ....

Mã đề thi 328

Câu 1. Ánh xạ nào sau đây là ánh xạ tuyến tính từ $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$

A. f(x, y, z) = (x – y + z; x+3z; 1)

B. f(x, y, z) = (x – y + 4z; x – 3y; xy)

C. f(x, y, z) = (x2 + y – 4z; x – 2y; 0)

D. f(x, y, z) = (2x – y +z; x + z; 0)

Câu 2. Cho $S = \{(1,1,1,1), (2,3,2,3), (3,4,1,m)\}$. Tìm tất cả các giá trị m để S độc lập tuyến tính.

A. m tùy ý **B**. $m = 4$

C. $m \neq 4$ **D**. $m = 0$

Câu 3. Tính $z = \frac{(1-i)^9}{3+i}$

A. $\frac{8}{5} + \frac{64i}{5}$ **B**. $\frac{8}{5} - \frac{32i}{5}$

C. $\frac{16}{5} - \frac{32i}{5}$ **D**. $\frac{16}{5} + \frac{32i}{5}$

Câu 4. Hệ véc tơ nào sau đây là cơ sở của không gian $\mathbb{R}^3$ với hai phép toán thông thường?

A. {a = (0, 1, 0), b = (0, 2, 0), c = (0, 0, 1)}

B. {a = (1, 1, 0), b = (0, 1, 0), c = (1, 0, 1)}

C. {a = (1, 1, 0), b = (0, 1, 0), c = (1, 0, 0)}

D. {a = (1, 1, 0),b = (0, −1, 0), c = (−1, 0, 0)}

Câu 5. Cho ánh xạ tuyến tính $f : M_2 \to M_2$ xác định bởi $f\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a+4b & a-b \\ -c+d & c-d \end{pmatrix}$

Ma trận chính tắc của ánh xạ f là

A. $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ **B**. $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

C. $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ **D**. $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

Câu 6. Cho ma trận $A=\begin{pmatrix}3&2&2\\1&3&1\\5&3&m\end{pmatrix}$. Với giá trị nào của m thì tồn tại A^{-1}

A. $m\neq\frac{23}{7}$ **B**. $m\neq\frac{7}{23}$

C. $m=\frac{23}{7}$ **D**. $m=\frac{7}{23}$ hoặc $m=\frac{23}{7}$

Câu 7. Trong không gian $\mathbb{R}^2$ cho các véc tơ: x = (1, 2); y = (-1, -1). Ma trận chuyển cơ sở từ B = {x, y} sang cơ sở chính tắc E của $\mathbb{R}^2$ là

A. $P=\begin{pmatrix}1&1\\-1&-2\end{pmatrix}$ **B**. $P=\begin{pmatrix}2&-1\\1&-1\end{pmatrix}$

C. $P=\begin{pmatrix}2&1\\-1&1\end{pmatrix}$ **D**. $P=\begin{pmatrix}1&-1\\1&-2\end{pmatrix}$

Câu 8. Hệ véc tơ nào sau đây là cơ sở của không gian $\mathbb{R}^2$ với hai phép toán thông thường?

A. {a = (3, −3), b = (0, 0)} **B**. {a = (4, −2), b = (−4, 2)}

C. {a = (−6, 12), b = (−4, 8)} **D**. {a = (3, 1), b = (1, 3)}

Câu 9. Cho ma trận $A=\begin{pmatrix}a&b&c&1\\-b&a&1&-c\\-c&-1&a&b\\-1&c&-b&a\end{pmatrix}$. Định thức của A^{2022} là:

A. $(a^2+b^2+c^2+1)^{1011}$ **B**. $(a^2+b^2+c^2-1)^{6066}$

C. $(a^2+b^2+c^2+1)^{4044}$ **D**. $(a^2+b^2+c^2+1)^{2022}$

Câu 10. Hệ phương trình $\begin{cases}x+2y+z=0\\2x+y+3z=0\\3x+2y+mz=0\end{cases}$ có nghiệm **KHÔNG** tầm thường khi

A. $m\neq 4$ **B**. m = 3

C. $m=\frac{13}{3}$ **D**. $m=4$

Câu 11. Trong không gian $\mathbb{R}^3$ cho x = (3, 1, 2) và tích vô hướng

$\langle (x,y,z),(x',y',z)\rangle = 2xx'+yy'+zz'$

Khi đó, độ dài của vector x là:

A. $\|x\|=-\sqrt{14}$ **B**. $\|x\|=\sqrt{14}$ **C**. $\|x\|=\sqrt{23}$ **D**. $\|x\|=-\sqrt{23}$

Câu 12. Tìm tọa độ x, y, z của véc tơ u = (3, 3, 4) theo cơ sở

v = (1, 0, 0); t = (0, -3, 0); w = (0, 0, 2)

A. x = 1, y = 3, z = 2 **B**. x = 3, y = 1, z = 3

C. x = 3, y = -1, z = 2 **D**. x = 3, y = 2, z = 3

Câu 13. Toán tử tuyến tính f ϵ L($\mathbb{R}^3$,$\mathbb{R}^3$) được xác định như sau:

$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2 - 2x_3,\ -x_1 + x_2 + 2x_3,\ -2x_1 + 2x_2 + 4x_3)$, $dim\,(kerf)$ là:

A. 3 **B**. 1 **C**. 0 **D**. 2

Câu 14. Cho $M = \{x, y, z, t\}$ có họ véc tơ con độc lập tuyến tính tối đại là $\{x, y, z\}$ của không gian véc tơ V. Khẳng định nào sau đây luôn ĐÚNG?

A. M sinh ra không gian 4 chiều
B. M sinh ra không gian con 3 chiều
C. M độc lập tuyến tính.
D. M sinh ra không gian 2 chiều

Câu 15. Cho ánh xạ $f\ :\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$. Ánh xạ nào sau đây là ánh xạ tuyến tính.

A. $f(a,b) = (2ab, a, b, 0)$
B. $f(a,b) = (a+2b, a-b, a+b)$
C. $f(a,b) = (2a+3b,\ a,\ b+1)$
D. $f(a,b) = (1, a, b)$

Câu 16. Ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ có tất cả các giá trị riêng là

A. 7
B. 7; 3
C. -7; 3
D. 3

Câu 17. Cho $F = \left\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 | 2x_1 + x_2 - x_3 = 0;\ x_1 + x_2 = 0\right\}$ là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^3$, một cơ sở của F là

A. $\{(1,1,1)\}$
B. $\{(2,-2,2)\}$
C. $\{(1,1,-1)\}$
D. $\{(1,-1,1);(0,0,0)\}$

Câu 18. Tìm argument của số phức $z = \frac{1-i\sqrt{3}}{-1+i}$

A. $-\frac{13\pi}{12}$
B. $-\frac{7\pi}{12}$
C. $\frac{\pi}{4}$
D. $\frac{\pi}{12}$

Câu 19. Cho A là ma trận vuông cấp 4 khả nghịch. Dùng phép biến đổi sơ cấp nào sau đây trên A làm thay đổi det A?

A. $h_3 \to h_3 - 8h_2$
B. $h_2 \to 10h_1 - 2h_2$
C. $c_3 \to c_3 + 100c_1$
D. $c_4 \to c_4 + 5c_3$

Câu 20. Cho A, B là 2 ma trận khả nghịch. Khẳng định nào sau đây SAI?

A. $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$
B. $det(AB)^{-1} = \frac{1}{det(AB)}$
C. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
D. $(kA)^{-1} = kA^{-1}, \forall k \neq 0$

Câu 21. Cho $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x - y + 2z = 0\}$ là không gian con của không gian $\mathbb{R}^3$. Véc tơ nào sau đây thuộc không gian con U

A. (2, −1, 1)
B. (2, −2, 1)
C. (−1, 1, −1)
D. (1, 1, 0)

Câu 22. Cho F và Glà hai không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^3$, với

$F = \left\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 | x_1 + x_2 - x_3 = 0\right\}$

$G = \left\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 | 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 0\right\}$

Khi đó $F \cap G$ là

A. $span\langle(1,2,6)\rangle$
B. $span\langle(2,1,2)\rangle$
C. $span\langle(1,1,0)\rangle$
D. $span\langle(1,3,4)\rangle$

Câu 23. Trong không gian $\mathbb{R}^3$, cho hệ cơ sở E = {a = (1, −1, 0), b = (1, 1, 0), c = (0, 0, 1)}. Tọa độ của véc tơ x = (6, 2, −8) trong cơ sở E là:

A. $\begin{bmatrix} 6 \\ -5 \\ 4 \end{bmatrix}$
B. $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
C. $\begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ -1 \end{bmatrix}$
D. $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}$

Câu 24. Tìm X biết $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$?

A. $X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$

B. $X = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

C. $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

D. $X = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$

Câu 25. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Biết $\lambda = 3$ là một giá trị riêng của A. Véc tơ riêng ứng với giá trị riêng trên là:

A. $(a, -a, a)$; $a \neq 0$

B. $(a, 2a, a) + (b, -b, b)$; $a, b \neq 0$

C. $(a, -2a, a)$; $a \neq 0$

D. $(-a, a, a)$; $a \neq 0$

Câu 26. Tìm tất cả giá trị của m để hệ $\begin{cases} mx + y + z = 0 \\ x + my + z = 0 \\ x + y + mz = 0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất

A. $m = -1$

B. $m \neq -1$

C. $\begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq 1 \end{cases}$

D. $m \neq 1$

Câu 27. Hai ma trận nào sau đây là đồng dạng?

A. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 2 & 7 & 6 \end{pmatrix}$

B. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

C. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

D. $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 9 & 2 & 0 \\ 8 & 7 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Câu 28. Tìm hạng của r hệ véc tơ sau: {x = (2, 3, 5, 7); y = (4, 1, 3, 2); z = (8, 7, 13, 16); t = (6, 4, 8, 9)}

A. r = 1

B. r = 3

C. r = 2

D. r = 4

Câu 29. Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn tất cả số phức z thỏa mãn $|z - i| + |z + i| = 4$ là:

A. Elip

B. Một điểm

C. Rỗng

D. Đường tròn

Câu 30. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 2a & -a \\ 3a & -a \end{pmatrix}$. Khi đó A^{100} là:

A. $\begin{pmatrix} -a^{100} & a^{100} \\ -3a^{100} & 2a^{100} \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 2a^{100} & -a^{100} \\ 3a^{100} & -a^{100} \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} a^{100} & -a^{100} \\ 3a^{100} & -2a^{100} \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} -2a^{100} & a^{100} \\ -3a^{100} & a^{100} \end{pmatrix}$

Câu 31. Xét tập V là $\mathbb{R}$- không gian véc tơ, khẳng định nào sau đây SAI:

A. $\alpha\theta = \theta$, $\forall\, \alpha \in \mathbb{R}$

B. $0.x = \theta$, $\forall\, x \in V$; $\theta \in V$; $0 \in \mathbb{R}$

C. $\alpha\left(x+y\right) = \alpha x + \alpha y$, $\forall \alpha \in \mathbb{R}$, $x, y \in V$

D. $\alpha x\left(y+z\right) = \alpha xy - \alpha xz$, $\forall \alpha \in \mathbb{R}$, $x, y, z \in V$

Câu 32. Cho số phức z = 1 + 2i. Tính z^5

A. 22+35i **B**. 41 + 38i **C**. 41 – 38i **D**. – 41 – 38i

Câu 33. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, biết $\det\left(A - \lambda I\right) = \left(\lambda - 1\right)^3$, khi đó để A chéo hóa được a là giá trị thực thỏa mãn

A. $a \neq 0$ **B**. $a = 0$ **C**. $a = 1$ **D**. $a \neq 1$

Câu 34. Cho A, B, C là ba ma trận vuông cùng cấp, khả nghịch sao cho $AB = B^2C$. Khi đó ma trận A là:

A. $A = B^2CB^{-1}$ **B**. $A = B^3C$ **C**. $A = BC$ **D**. $B^{-1}CB$

Câu 35. Hệ véc tơ S là cơ sở của $P_3\left[t\right]$- không gian các đa thức có bậc không quá 3, nếu

A. S là hệ sinh độc lập tuyến tính của $P_3\left[t\right]$

B. S là hệ sinh phụ thuộc tuyến tính của $P_3\left[t\right]$.

C. S độc lập tuyến tính.

D. S có 3 véc tơ.

Câu 36. Cho $E = \left\{x^2 + x + 1; x^2 + 2x + 1; x^2 + x + 2\right\}$ là cơ sở của không gian đa thức $P_2[x]$. Đa thức p(x) thuộc không gian $P_2[x]$ có tọa độ đối với cơ sở E là $\left[p\left(x\right)\right]_E = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$, đa thức $p\left(x\right)$ là đa thức:

A. $p\left(x\right) = x^2 - 5x + 2$ **B**. $p\left(x\right) = -5x - 2$

C. $p\left(x\right) = -5x + 2$ **D**. $p\left(x\right) = 5x - 2$

Câu 37. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x & & & + & z & = & 0 \\ 2x & - & 2y & + & 3z & = & -1 \\ & - & 6y & + & 7z & = & -3 \end{cases}$. Tập nghiệm của hệ phương trình trên phụ thuộc vào bao nhiêu tham số

A. 0 tham số **B**. 1 tham số **C**. 3 tham số **D**. 2 tham số

Câu 38. Cho ánh xạ tuyến tính f :, xác định bởi f(x, y) = (x – y, x). Ma trận của f đối với cơ sở F = {(1; 2), (1; 3)} là:

A. $\begin{pmatrix} -4 & -7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ **B**. $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ **C**. $\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$ **D**. $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$

Câu 39. Trong không gian véc tơ $\mathbb{R}^3$ cho các véc tơ $x = (x_1, x_2, x_3)$ và $y = (y_1, y_2, y_3)$

Ánh xạ $f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ xác định như sau f (x, y) = $\langle x, y \rangle = 8x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$ là tích vô hướng trên $\mathbb{R}^3$. Chuẩn của véc tơ $(1; 2; 1)$ theo tích vô hướng trên là

A. $v = \frac{1}{\sqrt{13}}(-1; -2; -1)$ **B**. $v = \frac{1}{\sqrt{6}}(1; 2; 1)$.

C. $v = -\frac{1}{\sqrt{6}}(1; 2; 1)$ **D**. $v = \frac{1}{\sqrt{13}}(1; 2; 1)$.

Câu 40. Cho tập $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0\}$ và $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x - y + z = 1\}$. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

A. A không là không gian véc tơ con, B là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^3$

B. A là không gian véc tơ con, B là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^3$

C. A không là không gian véc tơ con, B không là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^3$

D. A là không gian véc tơ con, B không là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^3$

---------------------- *Hết* ----------------------